

CALCULO 2: Ejercicios resueltos (Se presentan algunos ejercicios tipo/modelo para ser usados de guía en la resolución de los ejercicios propuestos)

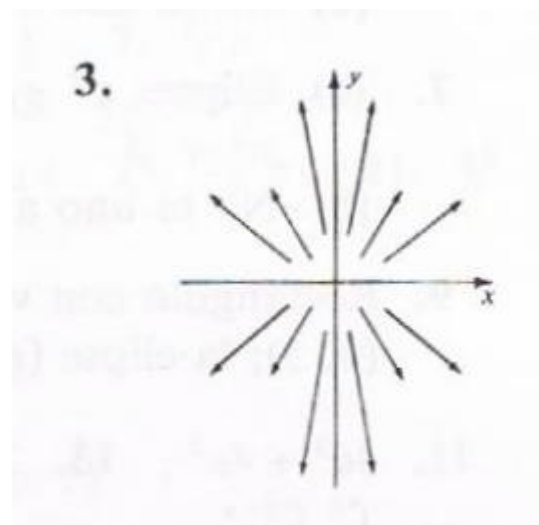
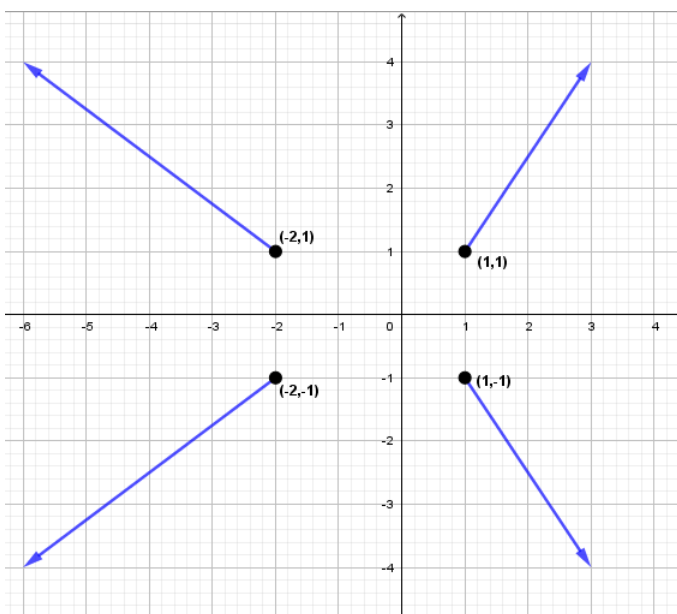
Sección 18.1: Campos Vectoriales (Pág. 933): 1, 3, 7, 11, 14, 15, 16, 22

Ejercicio 3: Represente suficientes vectores para ilustrar el patrón o pauta que siguen los vectores del campo $\mathbf{F}: \mathbf{F}(x, y) = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$

Tomamos puntos al azar de R^2 . Es importante tomar puntos en todos los cuadrantes para tener una mejor idea del comportamiento del campo. Mientras más puntos tomemos, mejor. Calculamos el campo en cada uno de ellos:

(x, y)	$\mathbf{F}(x, y) = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$
(1,1)	$\langle 2,3 \rangle = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
(2,1)	$\langle 4,3 \rangle = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
(-1,-1)	$\langle -2,-3 \rangle = -2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
(-2,-1)	$\langle -4,-3 \rangle = -4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
(1,-1)	$\langle 2,-3 \rangle = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
(2,-1)	$\langle 4,-3 \rangle = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
(-1,1)	$\langle -2,3 \rangle = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
(-2,1)	$\langle -4,3 \rangle = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

La idea para dibujarlo es la siguiente: marcamos el punto en el plano xy, y desde ahí nos movemos según lo indica el campo. Por ejemplo: marcamos (1,1) y desde ahí nos movemos dos lugares en el eje de las x y 3 en el eje de las y (ya que el campo ahí es $\langle 2,3 \rangle$); Luego marcamos el (1,-1) y nos movemos 2 lugares en el eje de las x y retrocedemos 3 lugares en el eje de las y (ya que el campo aquí es $\langle 2,-3 \rangle$) En el primer dibujo se muestran solo cuatro de los vectores obtenidos, a modo de ejemplificación. La otra figura es la que aparece en las soluciones del libro, con muchos más vectores dibujados.



Ejercicio 14: Encuentre un campo vectorial conservativo que tenga el potencial dado:

$$f(x, y) = y^2 e^{-3x}$$

Basándonos en la definición 18.3 (haciendo una analogía con campos de R^2), un campo vectorial \mathbf{F} es conservativo si es el gradiente de una función escalar $f(x, y)$, es decir $\mathbf{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ para alguna $f(x, y)$ llamada función potencial.

En este caso ya nos dan la función potencial, por lo tanto, para hallar el campo pedido, debemos hallar el gradiente de $f(x, y)$:

$$f_x(x, y) = -3y^2 e^{-3x} ; f_y(x, y) = 2y e^{-3x}$$

Entonces $\nabla f(x, y) = \langle -3y^2 e^{-3x}, 2y e^{-3x} \rangle = \mathbf{F}(x, y)$ es el campo vectorial pedido.

Equivalentemente, usando la notación con versores: $\mathbf{F}(x, y) = -3y^2 e^{-3x} \mathbf{i} + 2y e^{-3x} \mathbf{j}$