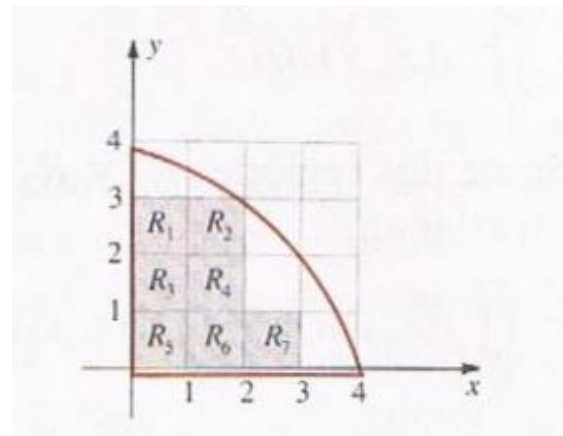


**CALCULO 2: Ejercicios resueltos** (Se presentan algunos ejercicios tipo/modelo para ser usados de guía en la resolución de los ejercicios propuestos)

**Sección 17.5: Integrales Dobles** (Pág. 867): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

**Ejercicio 11:** Sea  $f(x, y) = 4x + 2y + 1$  y sea  $R$  la región del primer cuadrante acotada por los ejes coordenados y la gráfica de  $y = 4 - \frac{1}{4}x^2$ . Sea  $\{R_k\}$  para  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  la partición interna de  $R$  que se muestra en la figura. Calcule la suma de Riemann  $\sum_k f(u_k, v_k)\Delta A_k$  si para cada  $k$ ,  $(u_k, v_k)$  es el punto:



- (a) de la esquina inferior izquierda de  $R_k$ .
- (b) de la esquina superior derecha de  $R_k$ .
- (c) en el centro de  $R_k$ .

Se mostrará la resolución del ítem (a) los otros salen de manera análoga. Leer las páginas 864 y 865, definición 17.1 para entender el porqué de lo que se hace

Los  $(u_k, v_k)$  que tomamos corresponderán a la esquina inferior izquierda de cada rectángulo  $R_k$  y  $\Delta A_k$  corresponde al área de cada rectángulo.

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$   
 a) Esquina inferior izquierda de  $R_k$ . → Área de  $R_k$   
 Para  $k=1$ :  $R_1 \rightarrow (u_1, v_1) = (0, 2) \rightarrow f(0, 2) = 5$ ,  $\Delta A_1 = 1$   
 Para  $k=2$ :  $R_2 \rightarrow (u_2, v_2) = (1, 2) \rightarrow f(1, 2) = 9$ ,  $\Delta A_2 = 1$   
 Para  $k=3$ :  $R_3 \rightarrow (u_3, v_3) = (0, 1) \rightarrow f(0, 1) = 3$ ,  $\Delta A_3 = 1$   
 Para  $k=4$ :  $R_4 \rightarrow (u_4, v_4) = (1, 1) \rightarrow f(1, 1) = 7$ ,  $\Delta A_4 = 1$   
 Para  $k=5$ :  $R_5 \rightarrow (u_5, v_5) = (0, 0) \rightarrow f(0, 0) = 1$ ,  $\Delta A_5 = 1$   
 Para  $k=6$ :  $R_6 \rightarrow (u_6, v_6) = (1, 0) \rightarrow f(1, 0) = 5$ ,  $\Delta A_6 = 1$   
 Para  $k=7$ :  $R_7 \rightarrow (u_7, v_7) = (2, 0) \rightarrow f(2, 0) = 9$ ,  $\Delta A_7 = 1$

Siguiendo la definición 17.1 y reemplazando:

$$\begin{aligned}\sum_k f(u_k, v_k) \Delta A_k \\ &= f(0,2)\Delta A_1 + f(1,2)\Delta A_2 + f(0,1)\Delta A_3 + f(1,1)\Delta A_4 + f(0,0)\Delta A_5 + f(1,0)\Delta A_6 \\ &\quad + f(2,0)\Delta A_7 = 39\end{aligned}$$