

CALCULO 2: Ejercicios resueltos (Se presentan algunos ejercicios tipo/modelo para ser usados de guía en la resolución de los ejercicios propuestos)

Sección 16.3: Derivadas Parciales (Pág. 807): 1, 2, 5, 6, 11, 15, 19, 26, 49, 50, 52

Ejercicio 2: Obtenga las primeras derivadas parciales de $f(x, y) = (x^3 - y^2)^2$

Observemos que $f(x, y)$ es una función compuesta, por lo cual recurriremos a la regla de la cadena.

Para obtener la derivada parcial de $f(x, y)$ con respecto a la variable x , es decir f_x o $\frac{\partial f}{\partial x}$, debemos considerar a la variable y como una constante y derivar con respecto a x :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2(x^3 - y^2) \cdot 3x^2 = 6(x^3 - y^2)x^2$$

Para obtener la derivada parcial de $f(x, y)$ con respecto a la variable y , es decir f_y o $\frac{\partial f}{\partial y}$, debemos considerar a la variable x como una constante y derivar con respecto a y :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2(x^3 - y^2) \cdot (-2y) = -6(x^3 - y^2)y$$

Ejercicio 49: Una lámina de metal plana se encuentra en un plano xy y la temperatura T en un punto (x, y) está dada por $T(x, y) = 10(x^2 + y^2)^2$ donde T se mide en grados y x e y en centímetros. Calcule la tasa de cambio o variación de T con respecto a la distancia en el punto $(1, 2)$ en la dirección (a) del eje x , (b) del eje y .

Lo que el problema nos está planteando es lo siguiente: Estamos parados en el punto $(1, 2)$ con una cierta temperatura y nos movemos en dirección de cada eje; se pide cuánto variará la temperatura cuando realicemos dichos movimientos.

Recordemos que las derivadas parciales se pueden interpretar también como variaciones o cambio de la función en ciertas direcciones. Calculemos entonces cada derivada parcial, evaluada en el punto en cuestión.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 10 \cdot 2(x^2 + y^2) \cdot 2x = 40(x^2 + y^2)x \quad \rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = 40(1 + 4)1 = 200$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 10 \cdot 2(x^2 + y^2) \cdot 2y = 40(x^2 + y^2)y \quad \rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = 40(1 + 4)2 = 400$$

Esto indica que la variación de la temperatura desde el punto $(1, 2)$ en dirección del eje x es de 200 grados por centímetro. Y la variación de la temperatura desde el punto $(1, 2)$ en dirección del eje y es de 400 grados por centímetro.